

یادداشت‌های ریاضیات مالی (۳)

آربیتراژ: فرصت آربیتراژی و قیمت‌گذاری دارایی‌ها^۱

سعید اسلامی بیدگلی

آربیتراژ^۲ در بسیاری از متون مدیریت مالی (به‌ویژه کتب فارسی) به‌درستی (و یا حداقل به‌طور کامل) معرفی نشده است. از این‌رو تصمیم گرفتم که در سومین یادداشت ریاضیات مالی به این موضوع بپردازم. در این یادداشت تعریف آربیتراژ، انواع آن و قیمت‌گذاری دارایی‌ها از طریق آربیتراژ^۳ به اختصار توضیح داده شده است و در پایان نیز محدودیت‌های آربیتراژ ذکر شده است.

آربیتراژ به معنی کسب بازده اضافه بر بازده بدون ریسک^۴ بدون متحمل شدن ریسک اضافه است. بنابراین، تعریف معمول آربیتراژ که به صورت "کسب بازده بدون تحمل ریسک" مطرح می‌شود، تنها در صورتی صحیح خواهد بود که نقش زمان را حذف کنیم و معاملاتی که منجر به ایجاد بازده می‌شوند در یک لحظه زمانی صورت بگیرد. در غیر این‌صورت اگر فاصله معاملات Δt باشد آنگاه سود حاصله از معاملات بدون ریسک آربیتراژی باید با $\Delta t \times R_f$ مقایسه شود که در آن نرخ بازده بدون ریسک است.

از نظر ریاضیات مالی یک پورتفولیو که امروز ارزش صفر^۵ دارد و در آینده یا ارزش مثبت خواهد داشت یا ارزش صفر یک فرصت آربیتراژی^۶ خوانده می‌شود. توجه کنید که احتمال منفی بودن ارزش پورتفولیو در آینده (زیان در پایان دوره) صفر است. ارزش صفر پورتفولیو در زمان حال به معنای عدم سرمایه‌گذاری در زمان صفر ($t=0$) و به دلیل امکان فروش استقرای است. در ادامه می‌بینیم که می‌توان عایدی یک پورتفولیو که در زمان $t=0$ عایدی دارد را در نرخ بدون ریسک سرمایه‌گذاری کرد تا عایدی آن در زمان حال برابر صفر شود.

آنچه در بالا گفته شد تعریف آربیتراژ حقیقی^۷ است. نوع دیگری از آربیتراژ که در بازار به کار می‌رود و در متون علمی کمتر از آن می‌بینیم آربیتراژ سفته‌بازانه^۸ است. در این نوع آربیتراژ ریسک‌های معاملاتی فرصت آربیتراژی هم دیده می‌شود و لذا بازده لزوماً بدون تحمل ریسک نخواهد بود.

^۱. این نوشته در شماره ۱۶ نشریه الکترونیکی [متسا](#) به چاپ رسیده است.

^۲. Arbitrage

^۳. این موضوع با تئوری قیمت‌گذاری آربیتراژ (APT) Arbitrage Pricing Theory متفاوت است. بعدها در مورد APT هم خواهیم نوشت.

^۴. Risk Free Rate

^۵. Zero Value Portfolio

^۶. Arbitrage Opportunity

^۷. True Arbitrage

^۸. Speculative Arbitrage

شاید ذکر مثالی به روشن شدن مطلب کمک کند. فرض کنید قیمت سهم شرکت X در بازار آمریکا ۱۰۰ دلار، در بازار سهام انگلیس ۴۵ پوند و نرخ هر پوند در بازار ارز معادل ۲ دلار است. به این ترتیب خرید سهم در بازار انگلیس ۴۵ پوند (معادل ۹۰ دلار) هزینه در بر دارد و فروش همان سهم در بازار آمریکا به قیمت ۱۰۰ دلار، ۱۰ دلار سود نصیب سرمایه‌گذار خواهد کرد. در این مثال هزینه‌های معاملاتی ناچیز در نظر گرفته شده است. در بازارهای واقعی چنین فرصت آربیتراژی ساده‌ای در اختیار سرمایه‌گذاران قرار ندارد. زیرا در این صورت تقاضای خرید سهم X در انگلیس و تقاضای فروش سهم X در آمریکا بالا می‌رود و این منجر می‌شود که قیمت سهم در آمریکا کاهش و در انگلیس افزایش یابد تا بر اساس نرخ برابری پوند به دلار به تعادل برسد. اصولاً از نظر تئوریک (و با فرض کامل بودن بازارها) قیمت یک دارایی در بازارهای مختلف یکسان است.^۹

یکی از فروض اساسی بازارهای مالی فرض عدم وجود فرصت آربیتراژی (یا رفع سریع چنین فرصت‌هایی توسط مشارکت‌کنندگان^{۱۰}) است. به اصلاح می‌گویند که در بازارهای کامل مالی ناهار مجانی وجود ندارد.^{۱۱} این ایده اساسی قیمت‌گذاری دارایی‌هاست که در ادامه خواهیم دید.

فرصت آربیتراژی از یکی از طرق زیر حاصل خواهد شد:

- یک دارایی در بازارهای مختلف با قیمت‌های متفاوتی معامله می‌شود.
 - دو دارایی با جریان‌های نقدی مشابه با قیمت‌های متفاوتی معامله می‌شوند.
 - یک دارایی که قیمت آینده آن مشخص است، امروز با قیمتی متفاوت از تنزیل آن با نرخ تنزیل بازده بدون ریسک معامله می‌شود.
- در همه حالات فوق، دارایی می‌تواند یک سبد دارایی‌ها (پورتفولیو) باشد.

برای قیمت‌گذاری یک دارایی می‌توان یک پورتفولیو ساخت که جریان نقدی آن پورتفولیو مشابه جریان نقدی مشابه دارایی مورد نظر در زمان آینده باشد و قیمت امروز آن مشخص باشد. در این صورت بر اساس اصل عدم وجود آربتراژ قیمت دارایی مزبور با ارزش آن پورتفولیو یکسان خواهد بود. یک مثال ساده می‌توان راهگشا باشد. فرض کنید اختیار خرید اروپایی^{۱۲} سهمی با قیمت توافقی^{۱۳} ۱۰۰ دلار و تاریخ انقضای^{۱۴} شش ماه آینده، ۸ دلار قیمت دارد. بر این اساس یک فرد (خریدار اختیار خرید)

^۹ . The law of one price

^{۱۰} . Market Participants

^{۱۱} . There is no such thing as a free lunch

^{۱۲} . European call option

^{۱۳} . Strike price

^{۱۴} . Expiration date

می‌تواند اکنون با پرداخت ۸ دلار، شش ماه آینده سهم مورد نظر را به قیمت ۱۰۰ دلار خریداری کند (اگر به صرفش باشد). در صورت اعمال اختیار خرید، فروشنده اختیار (که ۸ دلار را دریافت کرده است) باید سهم را به قیمت ۱۰۰ دلار بفروشد. هم اکنون قیمت سهم ۱۰۰ دلار است.^{۱۵} ارزش اختیار فروش اروپایی سهم با همان تاریخ انقضا (شش ماه آینده) و همان قیمت توافقی (۱۰۰ دلار)، ۶ دلار است. اوراق قرضه‌ای که سررسید آن ۶ ماه دیگر است و ارزش اسمی آن ۱۰۰ دلار است (۶ ماه آینده ۱۰۰ دلار ارزش دارد) امروز در بازار ۹۷ دلار معامله می‌شود. خرید اختیار خرید و اوراق قرضه و فروش اختیار فروش و سهم معادل یک دلار نصیب فرد سرمایه‌گذاری کند. $(1 = 100 + 6 - 97 - 8)$. بدون توجه به ارزش سهم در تاریخ سررسید این پورتفولیو هیچ ارزشی ندارد. بنابراین اگر می‌خواستیم ارزش اختیار فروش را تعیین کنیم به راحتی می‌توانستیم بگوییم که بر این اساس اختیار فروش ۵ دلار ارزش دارد تا ارزش امروز پورتفولیو هم صفر شود. توجه کنید که می‌توانستیم ۱ دلار عایدی را در نرخ بازده بدون ریسک سرمایه‌گذاری کنیم و در پایان دوره آن را (همراه با سودش) برداشت کنیم.

مثالی آورده شد حالت ساده‌ای از مسئله‌ای است که رابطه تعادلی اختیار خرید-اختیار فروش^{۱۶} نامیده می‌شود و در یادداشت‌های آینده در مورد آن خواهیم نوشت. دو خاصیت در مثال فوق وجود دارد. اول این‌که در زمان $t=0$ یک پورتفولیو ساخته می‌شود و تا زمان انقضا (یعنی پایان استراتژی آربیتراژ) به ترکیب پورتفولیو دست نمی‌زنیم. از این‌رو یک آربیتراژ ایستا^{۱۷} داشته‌ایم. نکته دیگر اینکه سودآوری مثال فوق به چگونگی رفتار قیمت سهام مربوط نبود. این نوع آربیتراژ به "آربیتراژ مستقل از مدل"^{۱۸} معروف است. برخی از انواع مهم دیگر آربیتراژها به شرح ذیل است:

- آربیتراژ پویا^{۱۹} که در مقابل آربیتراژ ایستا قرار می‌گیرد. در این نوع آربیتراژ نیاز به معاملات مکرر وجود دارد این معاملات بر اساس شرایط بازار انجام خواهد شد.
- آربیتراژ وابسته به مدل^{۲۰} که در مقابل آربیتراژ ایستا قرار می‌گیرد. در این نوع آربیتراژ نیاز به یک مدل (جهت پیش بینی متغیرهای مورد نیاز مثلاً قیمت دارایی مالی) وجود دارد. در حالی‌که در آربیتراژ مستقل از مدل دیدیم که بازده به دست آمده به رفتار قیمت دارایی‌ها وابسته نیست. مثلاً اختلاف قیمت یک دارایی در دو بازار از این نوع است. مثال فوق نیز یک آربیتراژ مستقل از قیمت بود.

۱۵. برای سادگی قیمت سهم و قیمت اعمال یکسان فرض شده است.

^{۱۶} Put-call parity

^{۱۷} Static Arbitrage

^{۱۸} Model-Independent Arbitrage

^{۱۹} . Dynamic Arbitrage

^{۲۰} Model-Independent Arbitrage

محدودیت در آربیتراژ

همان‌طور که پیش از این نیز گفته شد، فرصت‌های آربیتراژی به راحتی در دسترس قرار نمی‌گیرند. در صورت وجود چنین فرصت‌هایی هجوم سرمایه‌گذاران مختلف برای کسب سود آن فرصت را از بین خواهد برد. علاوه بر این فرصت‌های آربیتراژی موجود در بازار، همواره با ریسک‌هایی مواجه هستند که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- قیمت‌های اعلام شده صحیح نیستند و یا امکان معامله در آن قیمت‌ها وجود ندارد.
- امکان خرید یا فروش در زمان از پیش تعیین شده وجود ندارد.
- اعلام خبری ممکن است پیش بینی شما را بر هم بزند.
- ...

از طرف دیگر احتمال تخمین‌های اشتباه، هزینه‌های معاملاتی، هزینه‌های اطلاعات و مشاوره، تغییر ناگهانی نرخ ارز یا قیمت دارایی و ... هم باید در نظر گرفته شود. از این رو بسیاری اوقات گفته می‌شود که آربیتراژ بدون ریسک وجود ندارد.